**MAKALAH**

**MATEMATIKA DISKRIT**



Diajukan Untuk Memenuhi salah Satu Tugas HER Mata Kuliah

Matematika Diskrit

Disusun Oleh :

Nama : Muhamad Mi’raj Fauzi

NIM : 171710127

**JURUSAN TEKNIK INFORMAIKA**

**UNIVERSITAS BINA SARANA INFORMATIKA**

**BANDUNG**

**2019**

**KATA PENGANTAR**

Rasa syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena limpahan RahmaT kepada kami sehingga kami dipercaya untuk menghasilkan karya kami berupa laporan tentang penerapan combinatoring yang insya Allah dapat bermanfaat bagi kami dan pembaca. Ilmu pengetahuan, baik pengetahuan alam, pengetahuan sosial, maupun pengetahuan tekhnologi, pada akhir – akhir ini berkembanga sangat pesat dan masih akan terus berkembang. Terlebih Matematika Diskrit yang mendasari segala hal yang berhubungan dengan perhitungan seperti pada penentuan pewarisan sifat organisme.

Kami selaku penulis berharap agar laporan ini dapat membantu pembaca dalam memahami lebih penerapan combinatorial dalam kehidupan. Akhirnya terima kasih kami ucapkan kepada semua pihak yang telah mendorong dan membantu terwujudnya laporan ini. Sedah tentu laporan ini masih memerlukan koreksi dan penyempurnaan, baik dari segi penyajian maupun isinya. Saran dan koreksi dari semua pihak sangat kami harapkan.

Medan, April 2013

Penyusun

**BAB I**

**PENDAHULUAN**

**A. Latar belakang**

Matematika sebagai media untuk melatih berpikir kritis, inovatif, kreatif, mandiri dan mampu menyelesaikan masalah sedangkan bahasa sebagai media menyampaikan ide-ide dan gagasan serta yang ada dalam pikiran manusia.Jelas sekali bahwa Matematika sangat berperan dalam kehidupan sehari-hari, kita tidak dapat menghindar dari Matematika, sekalipun kita mengambil jurusan ilmu sosial tetap saja ada pelajaran Matematika di dalamnya karena mau tidak mau matematika digunakan dalam aktivitas sehari-hari.Salah satunya penerapan himpunan dalam kehidupan sehari-hari.

**B. Tujuan**

Tujuan dari pembuatan makalah matematika diskrit ini adalah sebagai berikut:

a. Agar Mahasiswa memahami dan mengerti lebih dalam tentang metematika diskrit

b. untuk memenuhi tugas mata kuliah matematika diskrit yang diberikan oleh Bapak Dosen.

**C. Manfaat**

Manfaat yang dapat diambil dari penulisan makalah ini adalah mahasiswa biasa mengerti dan memahami konsep graph dan pengimplementasiannya dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari- hari.

Manfaat yang lain juga membiasakan mahasiswa untuk menulis terutama makalah dan karya- karya ilmiah lainnya.

**BAB II**

**PEMBAHASAN**

**A. Sejarah Matematika Diskrit**

Matematika (dari bahasa Yunani: μαθηματικά - mathēmatiká) adalah studi besaran, struktur, ruang, dan perubahan. Para matematikawan mencari berbagai pola, merumuskan konjektur baru, dan membangun kebenaran melalui metode deduksi yang kaku dari aksioma-aksioma dan definisi-definisi yang bersesuaian.

Terdapat perselisihan tentang apakah objek-objek matematika seperti bilangan dan titik hadir secara alami, atau hanyalah buatan manusia. Seorang matematikawan Benjamin Peirce menyebut matematika sebagai "ilmu yang menggambarkan simpulan-simpulan yang penting". Di pihak lain, Albert Einstein menyatakan bahwa "sejauh hukum-hukum matematika merujuk kepada kenyataan, mereka tidaklah pasti; dan sejauh mereka pasti, mereka tidak merujuk kepada kenyataan."

Melalui penggunaan penalaran logika dan abstraksi, matematika berkembang dari pencacahan, perhitungan, pengukuran, dan pengkajian sistematis terhadap bangun dan pergerakan benda-benda fisika. Matematika praktis telah menjadi kegiatan manusia sejak adanya rekaman tertulis. Argumentasi kaku pertama muncul di dalam Matematika Yunani, terutama di dalam karya Euklides, Elemen.

Matematika selalu berkembang, misalnya di Cina pada tahun 300 SM, di India pada tahun 100 M, dan di Arab pada tahun 800 M, hingga zaman Renaisans, ketika temuan baru matematika berinteraksi dengan penemuan ilmiah baru yang mengarah pada peningkatan yang cepat di dalam laju penemuan matematika yang berlanjut hingga kini.

Kini, matematika digunakan di seluruh dunia sebagai alat penting di berbagai bidang, termasuk ilmu alam, teknik, kedokteran/medis, dan ilmu sosial seperti ekonomi, dan psikologi. Matematika terapan, cabang matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan matematika baru, dan kadang-kadang mengarah pada pengembangan disiplin-disiplin ilmu yang sepenuhnya baru, seperti statistika dan teori permainan.

a. Sejarah penemuan dari Matematika Diskrit

Sejarah matematika diskrit muncul dari beragam permasalahan rumit yang mengundang perhatian ke bidang tersebut. Di grafis, banyak penelitian dilakukan untuk membuktikan teorema 4 warna, yang pertama kali muncul pada tahun 1852, berhasil dibuktikan pada tahun 1976 oleh Kenneth Appel serta Wolfgang Haken menggunakan bantuan computer.

Kebutuhan untuk memecahkan kode dikembangkan oleh Jerman pada Perang Dunia II menyebabkan perkembangan kriptografi serta ilmu computer, dengan berkembangnya komputer dijital elektronik dapat di program pertama di Inggris. Pada waktu bersamaan, kebutuhan militer mengundang perkembangan pada penelitian operasi.

Perang Dingin menunjukan bahwa kriptografi tetaplah penting, dengan perkembangan penting seperti kriptografi public-key dikembangkan bertahun-tahun kemudian. Penelitian operasi tetap menjadi alat penting di dalam bisnis manajemen proyek, dengan metode jalur penting dikembangkan pada tahun 1950an. Industri telekomunikasi juga memacu perkembangan perhitungan, terutama pada teori grafis dan teori informasi. Verifikasi sebuah pernyataan logika menjadi wajib di pengembangan perangkat lunak dan sistem keamanan.

Geometri komputasional juga menjadi bagian penting di grafis komputer menjadi bagian permainan video modern dan peralatan desain komputer. Beberapa bagian matematika diskrit seperti teori ilmu komputer, teori grafis dan kombinatoris menjadi penting dalam menghadapi permasalah bioinformatika dalam memahami pohon kehidupan.

**B. Pengertian Matematika Diskrit**

Matematika diskrit adalah bagian dari matematika yang mempelajari objek-objek diskrit. Di sini objek-objek diskrit diartikan sebagai objek-objek yang berbeda dan saling lepas. Matematika diskrit memiliki aplikasi di hampir semua bidang kehidupan, seperti ilmu komputer, kimia, botani, zoologi, linguistik, geografi, dan bisnis. Masalah-masalah seperti :

1. Cara membuat password untuk sebuah sistem komputer
2. Mengurutkan sebuah himpunan bilangan bulat dari terkecil hingga terbesar
3. Menghitung peluang memenangkan sebuah undian
4. Menemukan lintasan terpendek antara dua kota dengan angkutan umum, dsb.

Matematika diskrit memiliki 5 tema yang masing-masing memiliki tujuan yaitu;

1. Penalaran matematika: memberikan pemahaman tentang penalaran matematika dalam membaca, memahami, dan membangun argumen matematika.
2. Analisis kombinatorial: memberikan keterampilan menghitung banyak objek sebagai salah satu kemampuan dasar untuk memecahkan masalah.
3. Struktur diskrit: memberikan pemahaman tentang struktur diskrit sebagai salah satu struktur matematika abstrak yang digunakan untuk menyajikan objek-objek diskrit dan hubungan di antara objek-objek itu.
4. Aplikasi dan Pemodelan: memperkenalkan aplikasi matematika diskrit dan pemodelan matematika sebagai salah satu kemampuan pemecahan masalah yang sangat penting.
5. Berpikir algoritmik: memberikan kemampuan membuat algoritma dan verifikasinya serta menganalisis memori komputer dan waktu yang dibutuhkan untuk melakukan algoritma itu.

Mempelajari matematika diskrit ini dianggap penting dengan pertimbangan atau alasan-alasan sebagai berikut :

1. Matematika diskrit memberikan kemampuan membaca, memahami dan membangun argumen matematika.
2. Matematika diskrit merupakan pintu gerbang untuk mempelajari mata kuliah lanjutan dalam logika, teori himpunan, teori bilangan, aljabar linier, aljabar abstrak, kombinatorika, teori graf,dan teori peluang.
3. Matematika diskrit memberikan landasan matematika untuk mata kuliah ilmu komputer seperti struktur data, algoritma, teori basis data, teori automata, keamanan komputer (computer security), dan sistem operasi.
4. Matematika diskrit memberikan latar belakang matematika yang diperlukan dalam pemecahan masalah riset operasi (operations research) seperti teknik optimisasi diskrit.

Beberapa hal yang dibahas dalam matematika diskrit ini yaitu Himpunan, Barisan, Fungsi, Logika, Teknik Membilang (counting techniques), Relasi, Graf, dan Pohon.

**C. Sejarah Graf**

Penemu graf adalah L. Euler ( Leonhard Euler ). Graf ditemukan disebuah jembatan Königsberg (tahun1736). Di kota Königsberg (sebelah timur negara bagian Prussia, Jerman), yang sekarang bernama kota Kaliningrad, terdapat sungai Pregal yg mengalir mengintari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Ada 7 buah jembatan yg menghubungkan daratan yg dibelah oleh sungai tersebut. Sejarah Graf : masalah jembatan Königsberg (tahun 1736)

Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg:

Simpul (vertex) à menyatakan daratan

Sisi (edge) à menyatakan jembatan

1. Definisi Graf

Graf merupakan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi G = (V, E), yang dalam hal ini:

– V = himpunan tidak - kosong dari simpul-simpul (vertices) = { v1 , v2 , ... , vn }, dan

– E = himpunan sisi (edges) yang mnghubungkan sepasang simpul = {e1 , e2 , ... , en }

Definisi diatas mengatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong.

Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada.

1. Unsur - Unsur dari Graf

Simpul (Vertex) adalah daratan ( titik - titik yg dihubungkan oleh jembatan ), yang dinyatakan sebagai titik (noktah).

Sisi (Edge) adalah jembatan yang dinyatakan sebagai garis.

Garis Paralel adalah pada G2, sisi E3 = (1,3) dan sisi E4 = (1,3) dinamakan sisi ganda.

1. Komponen Graf

Alur adalah setiap lintasan yang semua titik simpul berbeda satu sama lain kecuali titik awal dan titik akhirnya.

Panjang adalah banyak sisi / lintasan yang ditempuh.

Derajat adalah jumlah rusuk atau sisi yang menuju satu titik simpul.

Titik terasing adalah titik yang tidak memiliki garis penghubung / jalan.

Jalan tapak adalah suatu lintasan yang tidak memiliki dua rusuk yang sama.

Ketetanggan adalah dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung.

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.

Graf Kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (Nn).

Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut.

Terhubung adalah dua buah simpul v1 dan simpul v2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v1. Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung (graf tidak berarah dari Gdiperoleh dengan menghilangkan arahnya).

Dua simpul, u dan v, pada graf berarah G disebut terhubung kuat (strongly connected) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u. Jika u dan v tidak terhubung kuat tetapi terhubung pada graf tidak berarahnya, maka u dan v dikatakan terhubung lemah (weakly coonected).

Graf berarah G disebut graf terhubung kuat (strongly connected graph) apabila untuk setiap pasang simpul sembarang u dan v di G, terhubung kuat. Kalau tidak, G disebut graf terhubung lemah.

Upagraf dan Komplomen Upagraf Komplemen dari upagraf G1 terhadap graf G adalah graf G2 = (V2, E2) sedemikian sehingga E2 = E - E1 dan V2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E2 bersisian dengannya.Komponen graf (connected component) adalah jumlah maksimum upagraf terhubung dalam graf G.

UpagrafRentang Upagraf G1 = (V1, E1) dari G = (V, E) dikatakan upagraf rentang jika V1 =V (yaitu G1 mengandung semua simpul dari G).

Cut - Set adalah adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen.

Contoh :

Pada graf di bawah, {(1,2), (1,5), (3,5), (3,4)} adalah cut-set. Terdapat banyak cut-set pada sebuah graf terhubung. Himpunan {(1,2), (2,5)} juga adalah cut-set, {(1,3), (1,5), (1,2)} adalah cut-set, {(2,6)} juga cut-set, tetapi {(1,2), (2,5), (4,5)} bukan cut-set sebab himpunan bagiannya, {(1,2), (2,5)} adalah cut-set.

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

1. Jenis - Jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf sederhana (simple graph).

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana. G1 pada contoh graf sederhana.

2. Graf tak-sederhana (unsimple-graph).

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak-sederhana (unsimple graph). G2 dan G3 pada contoh adalah graf tak-sederhana.

Berdasarkan jumlah simpul pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf berhingga (limited graph)

Graf berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya, n, berhingga.

2. Graf tak-berhingga (unlimited graph)

Graf yang jumlah simpulnya, n, tidak berhingga banyaknya disebut graf takberhingga.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas dua jenis:

1. Graf tak-berarah (undirected graph)

Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah. Tiga buah graf pada contoh a,b,dan c adalah graf tak-berarah.

2. Graf berarah (directed graph atau digraph)

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.

Pada graf berarah notasi : d(v)

din(v) = derajat-masuk (in-degree)

= jumlah busur yang masuk ke simpul v

dout(v) = derajat-keluar (out-degree)

= jumlah busur yang keluar dari simpul v

Lemma Jabat Tangan. Jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut. Dengan kata lain, jika G = (V, E), maka :

Tinjau graf G1: d(1) + d(2) + d(3) + d(4) = 2 + 3 + 3 + 2 = 10

= 2 ´ jumlah sisi = 2 ´ 5

Tinjau graf G2: d(1) + d(2) + d(3) = 3 + 3 + 4 = 10

= 2 ´ jumlah sisi = 2 ´ 5

Tinjau graf G3: d(1) + d(2) + d(3) + d(4) + d(5) = 2 + 2 + 3 + 1 + 0 = 8

= 2 ´ jumlah sisi = 2 ´ 4

Contoh :

Diketahui graf dengan lima buah simpul. Dapatkah kita menggambar graf tersebut jika derajat masing-masing simpul adalah:

(a) 2, 3, 1, 1, 2

(b) 2, 3, 3, 4, 4

Penyelesaian:

(a) tidak dapat, karena jumlah derajat semua simpulnya ganjil

(2 + 3 + 1 + 1 + 2 = 9).

(b) dapat, karena jumlah derajat semua simpulnya genap

(2 + 3 + 3 + 4 + 4 = 16).

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v0 ke simpul tujuan vn di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk v0, e1, v1, e2, v2,... , vn –1, en, vn sedemikian sehingga e1 = (v0, v1), e2 = (v1, v2), ... , en = (vn-1, vn) adalah sisi-sisi dari graf G.

Tinjau graf G1: lintasan 1, 2, 4, 3 adalah lintasan dengan barisan sisi (1,2), (2,4), (4,3).

Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut. Lintasan 1, 2, 4, 3 pada G1 memiliki panjang 3.

Beberapa Graf Sederhana Khusus

a. Graf Lengkap

Graf lengkap ialah graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul lainnya. Graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan Kn. Jumlah sisi pada graf lengkap yang terdiri dari n buah simpul adalah n(n – 1)/2.

b. Graf Lingkaran

Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dilambangkan dengan Cn.

c. Graf Teratur

Graf yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama disebut graf teratur. Apabila derajat setiap simpul adalah r, maka graf tersebut disebut sbagai graf teratur derajat r.

d. Graf Bipartite

Graf G yang himpunan simpulnya dapat dipisah menjadi dua himpunan bagian V1 dan V2, sedemikian sehingga setiap sisi pada G menghubungkan sebuah simpul di V1 ke sebuah simpul di V2 disebut graf bipartit dan dinyatakan sebagai G(V1, V2).

1. Macam - Macam Graf

A. Graf Euler

Lintasan Euler ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali. Sirkuit Euler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali.Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut graf Euler (Eulerian graph).

Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf semi-Euler (semi-Eulerian graph)

Contoh : Lintasan Euler pada graf Gambar 6.42(a) : 3, 1, 2, 3, 4, 1

Lintasan Euler pada graf Gambar 5.42(b) : 1, 2, 4, 6, 2, 3, 6, 5, 1, 3

Sirkuit Euler pada graf Gambar 6.42(c) : 1, 2, 3, 4, 7, 3, 5, 7, 6, 5, 2, 6, 1

Sirkuit Euler pada graf Gambar 6.42(d) : a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a

Graf (e) dan (f) tidak mempunyai lintasan maupun sirkuit Euler.

B. Graf Hamilton

Lintasan Hamilton ialah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali.

Sirkuit Hamilton ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali.Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan graf Hamilton, sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.

C. Graf Isomorfik

· Dua buah graf yang sama tetapi secara geometri berbeda disebut graf yang saling isomorfik.

· Dua buah graf, G1 dan G2 dikatakan isomorfik jika terdapat korespondensi satu-satu antara simpul-simpul keduanya dan antara sisi-sisi keduaya sedemikian sehingga hubungan kebersisian tetap terjaga.

· Dengan kata lain, misalkan sisi e bersisian dengan simpul u dan v di G1, maka sisi e’ yang berkoresponden di G2 harus bersisian dengan simpul u’ dan v’ yang di G2.

· Dua buah graf yang isomorfik adalah graf yang sama, kecuali penamaan simpul dan sisinya saja yang berbeda. Ini benar karena sebuah graf dapat digambarkan dalam banyak cara.

**BAB III**

**HIMPUNAN**

* + 1. **Sejarah Ringkas Teori Himpunan**

George Cantor (1845-1918) dianggap sebagai Bapak teori himpunan, karena beliaulah yang pertama kali mengembangkan cabang matematika ini. Ide-idenya tentang teori himpunan dapat memuaskan keinginan publik terutama idenya tentang himpunan tak berhingga (infinit) (himpunan yang banyak anggotanya tak berhingga).

Beliau mengembangkan hirarki himpunan infinit ini yang ternyata dapat digunakan di berbagai himpunan infinit yang berbeda. Penemuan ini di anggap penemuan yang revolusioner oleh para matematikawan pada jaman itu. Cantor meninggal di suatu institusi mental di jerman pada usia 73 tahun. Banyak yang mengganggap bahwa mentalnya jatuh karena serangan-serangan terhadap ide-ide dan hasil karyanya yang dilakukan oleh para matematikawan lain.

Pada tahun-tahun terakhir ini, teori himpunan mendapatkan perhatian khusus dalam mengajarkan matematika, karena setiap cabang matematika berkaitan erat dan termasuk di dalam (menjadi bagian) teori himpunan. Cabang matematika yang berbeda-beda berkembang menjadi satu kesatuan dalam teori himpunan.

Dalam upaya untuk melakukan pengamatan, pengumpulan, penghimpunan, atau pemisahan (mengklasifikasikan) dari suatu obyek-obyek menurut sifatnya.Perlu adanya pengertian tentang himpunan.Menghimpun adalah suatu kegiatan yang berhubungan dengan berbagai obyek dan mempunyai suatu sifat yang dimiliki bersama.Jadi himpunan adalah kumpulan dari obyek-obyek yang mempunyai sifat tertentu dan didefinisikan secara jelas.Kumpulan itu dapat berupa daftar, koleksi atau kelas. Sedangkan obyek-obyek dalam kumpulan itu dapat berupa benda konkrit atau benda abstrak, seperti: bilangan, abjad, orang, sungai, negara. Obyek-obyek ini di sebut anggota, unsur atau elemen dari himpunan tersebut.

Karena obyek-obyek dalam himpunan telah didefinisikan dengan jelas , sehingga kita dapat membedakan obyek yang menjadi anggota himpunan dan yang bukan menjadi anggota himpunan.

Contoh :

1. Himpunan bilangan 1, 2, dan 3.

2. Himpunan vokal a, i, e, o, u.

3. Himpunan semua huruf dari abjad, yaitu a, i, u, e, o

4. Himpunan negara-negara asia tenggara.

5. Himpunan penyelesaian persamaan x2 – 2 x – 3 =0

6. Himpunan manusia yang hidup di bumi.

Notasi Himpunan

Himpunan biasanya dinyatakan dengan huruf besar A, B, C, ….., K, L, M, ......., X, Y, Z. dan sebagainya. Sedangkan anggota-anggota dari suatu himpunan dinyatakan dengan huruf kecil a, b, c, x, y, ... dan sebagainya.

Jika x anggota dari himpunan A, maka dinyatakan x Î A. dan

Jika x bukan anggota dari himpunan A, maka ditulis x Ï A.

Jika x adalah anggota himpunan A, berarti A mempunyai x sebagai salah satu anggotanya maka dapat di tulis x Î A (di baca x anggota A atau x elemen A). Sebaliknya jika x bukan anggota himpunan A, berarti A tidak mempunyai x sebagai (salah satu) anggotanya maka ditulis : x Ï A (di baca bukan anggota A, atau bukan elemen A).

Contoh: 1. P ={a, i, e, o, u}. Maka; a Î P, b Ï P, e Î P.

2. Q ={1, 3, 5, 7, 9}. Maka; 3 Î Q, 6 Ï Q, 8 Ï Q.

Cara Penulisan Himpunan

Untuk menuliskan atau menyatakan himpunan seperti pada contoh-contoh di atas dirasakan sangat bertele-tele, tidak singkat. Oleh karena itu diperlukan cara menuliskan secara matematis, singkat dan jelas. Di dalam konsep teori himpunan, Ada tiga cara dalam mendefinisikan suatu himpunan antara lain:

1. Dengan cara mendaftar setiap anggota-anggotanya, diantara dua tanda kurung kurawal.

Contoh:

a. P = {1, 2, 4, 6, 8} artinya;

P merupakan suatu himpunan dengan anggota-anggotanya adalah 1, 2, 4, 6, dan 8.

b. Q = {1, 3, 5, 7, 9} artinya;

Q merupakan suatu himpunan dengan anggota-anggotanya adalah 1, 3, 5, 7, dan 9.

2. Dengan cara menyebutkan sifat-sifat yang dimiliki setiap anggota-anggotanya.

Contoh:

a. P = himpunan vokal dalam abjad latin.

b. Q = himpunan bilangan cacah ganjil yang kurang dari 10.

3. Dengan menggunakan notasi pembentuk himpunan.

Contoh:

1. P ={x / x adalah vokal dalam abjad latin}.

2. Q ={x / x adalah bilangan cacah ganjil}.

3. R ={x / x adalah bilangan riil}

3.2 Macam – Macam Himpunan

Berdasarkan pengamatan dengan memperhatikan jumlah anggotanya, himpunan terbagi menjadi beberapa macam :

1. Himpunan Kosong (himpunan hampa)

Himpunan kosong adalah suatu himpunan yang tidak mempunyai anggota. Himpunan kosong biasanya dinyatakan dengan notasi Æ atau {}.

Contoh:

1. A adalah himpunan manusiadi bumi yang berumur lebih dari lima abad.sepanjang pengetahuan kita,tidak ada manusia di bumi yang berumur lebih dari lima abad. oleh karena itu, A = Æ.

2. B ={x / x = bilangan riil, x2 + 3 = 0} maka ditulis B = Æ

2. Himpunan Semesta

Himpunan semesta adalah himpunan yang mempunyai anggota semua obyek yang sedang dibicarakan. Himpunan semesta biasanya dinyatakan dengan notasi S atau U (S singkatan dari semesta dan U singkatan dari universal).

Contoh.

1. S = {5, 7, -4, 9}, A = {7, 9} maka dikatakan,

S merupakan semesta dari himpunan A

2. Semesta pembicaraan dari K={a, i, o} adalah S = {a, i, e, o, u} = himpunan huruf hidup dalam abjad latin, atau S = {abjad latin}.

3. Himpunan Berhingga (Finit) dan Himpunan Tak Berhingga (Infinit)

Suatu himpunan dapat merupakan himpunan yang berhingga atau himpunan yang tak berhingga. Secara intuitif, himpunan dikatakan berhingga jika himpunan itu beranggotakan elemen-elemen yang berbeda dan banyaknya tertentu/berhingga (jika kita membilang banyak anggota yang berbeda dalam himpunan itu, proses membilang yang kita lakukan akan berakhir) Sedangkan himpunan dikatakan tak berhingga jika himpunan tersebut mempunyai anggota-anggota yang banyaknya tak berhingga. (proses membilang yang kita lakukan untuk menghitung banyak anggota himpunan tersebut tidak akan berakhir).

Contoh:

1.Ditentukan himpunan H = himpunan bilangan pada permukaan jam duabelas. Maka H ={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} adalah himpunan finit, karena proses membilang kita akan berhenti.

2. Himpunan I = himpunan bilangan asli genap merupakan himpunan infinit, karena jika kita membilang banyak anggota himpunan I = {2, 4, 6, …,} proses membilang kita tidak akan pernah berhenti.

3. J = {x / x = himpunan bilangan-bilangan bulat positif} = {1, 2, 3, ….}J disebut himpunan tak berhingga.

4. K = {Ali, Budi, Joko}

K disebut himpunan berhingga

* + 1. **Definisi himpunan**

Himpunan adalah kumpulan benda atau objek-objek atau lambang-lambang yang mempunyai arti yang dapat didefinisikan dengan jelas mana yang merupakan anggota himpunan dan mana bukan anggota himpunan. Perhatikan objek yang berada di sekeliling kita, misal ada sekelompok mahasiswa yang sedang belajar di kelas A, setumpuk buku yang berada di atas meja belajar, sehimpunan kursi di dalam kelas A, sekawanan itik berbaris menuju sawah, sederetan mobil yang antri karena macet dan sebagainya, semuanya merupakan contoh himpunan dalam kehidupan sehari-hari.

Jika kita amati semua objek yang berada disekeliling kita yang dijadikan contoh di atas, dapat didefinisikan dengan jelas dan dapat dibedakan mana anggota himpunan tersebut dan mana yang bukan.

Himpunan makanan yang lezat, himpunan gadis yang cantik dan himpunan bunga yang indah adalah contoh himpunan yang tidak dapat didefinisikan dengan jelas.Lezatnya makanan, cantiknya gadis dan indahnya bunga bagi setiap orang relatif. Lezatnya suatu hidangan bagi seseorang atau sekelompok orang belum tentu lezat bagi orang lain atau sekelompok orang lainya. Demikian juga indahnya sekuntum bunga bagi seseorang belum tentu indah bagi orang lain. Bagi A yang indah adalah mawar merah bagi B yang indah adalah melati.Jadi relatif bagi setiap orang.Benda atau objek yang termasuk dalam himpunan disebut anggota atau elemen atau unsur himpunan tersebut.Umumnya penulisan himpunan menggunakan huruf kapital A, B, C dan seterusnya, dan anggota himpunan ditulis dengan huruf kecil.

**C. Jenis – Jenis Himpunan**

1. Himpunan Kosong

Definisi : Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki satupun elemen atau himpunan dengan kardinalitas = 0 (nol) atau {}.

2. Himpunan Bagian

Definisi : Himpunan A dikatakan himpunan bagian (subset) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B. Dalam hal ini, B dikatakan superset dari A.

3. Himpunan sama

Definisi : Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika keduanya mempunyai elemen yang sama. Dengan kata lain, A sama dengan B jika A adalah himpunan bagian dari B dan B adalah himpunan bagian dari A. Jika tidak demikian, maka kita katakan A tidak sama dengan B.

Notasi : A = B <==> A ⊆ B dan B ⊆ A

Tiga hal yang perlu di catat dalam memeriksa kesamaan dua buah himpunan :

1. Urutan elemen di dalam himpunan tidak penting.

Jadi, {1,2,3} = {3,2,1 = {1,,3,2}

2. Pengulangan elemen tidak mempengaruhi kesamaan dua buah himpunan.

Jadi, {1,1,1,1} = {1,1} = {1}

3. Untuk tiga buah himpunan, A,B dan C berlaku aksioma berikut:

(a) A = A, B = B dan C = C

(b) Jika A = B, maka B = A

(c) Jika A = B dan B = C, maka A = C

**D. Manfaat BelajarHimpunan Dalam Kehidupan Sehari-Hari**

Membahas mengenai manfaat himpunan dalam kehidupan sehari-hari, mengingatkan kita yang mungkin sebagai guru atau orang tua saat ada pertanyaan yang terlontar dari anak dengan wajah polosnya.“Apa manfaat himpunan dalam kehidupan kita sehari-hari?”Mereka belum tahu betapa pentingnya himpunan yang merupakan dasar dari segala ilmu Matematika.

Dengan mempelajari himpunan, diharapkan kemampuan logika akan semakin terasah dan akan memacu kita agar kita mampu berpikir secara logis, karena dalam hidup, logika memiliki peran penting karena logika berkaitan dengan akal pikir. Banyak kegunaan logika antara lain:

1. Membantu setiap orang yang mempelajari logika untuk berpikir secara rasional, kritis, lurus, tetap, tertib, metodis dan koheren.

2. Meningkatkan kemampuan berpikir secara abstrak, cermat, dan objektif.

3. Menambah kecerdasan dan meningkatkan kemampuan berpikir secara tajam dan mandiri.

4. Memaksa dan mendorong orang untuk berpikir sendiri dengan menggunakan asas-asas sistematis.

5. Meningkatkan cinta akan kebenaran dan menghindari kesalahan-kesalahan berpikir, kekeliruan serta kesesatan.

6. Mampu melakukan analisis terhadap suatu kejadian.

**E. Himpunan Dalam Matematika Diskrit**

Terminologi dasar tentang sekumpulan objek-objek diskrit adalah **himpunan**. Himpunan digunakan untuk mengelompokkan objek-objek yang *berbeda* secara bersama-sama. Kata “berbeda” dicetak miring untuk menekankan bahwa anggota himpunan tidak boleh sama. Objek yang terdapat di dalam suatu himpunan disebut **elemen, unsur,**atau **anggota.**

Terdapat 4 cara untuk menyajikan himpunan, yaitu mengenumerasikan elemen-elemen nya, menggunakan simbol-simbol baku, menyatakan syarat keanggotaan dan menggunakan diagram venn.

1. Enumerasi

Kita bisa menyajikan himpunan dengan meng-enumerasi kan nya jika sebuah himpunan tidak terlalu besar. Mengenumerasi artinya menuliskan semua elemen himpunan yang bersangkutan di antara dua buah tanda kurung kurawal. Biasanya suatu himpunan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital ataupun menggunakan simbol-simbol lain nya.

**Contoh 1.1 :**

Himpunan A yang berisi empat anggota 1,2,3, dan 4 yang

ditulis sebagai *A* = {1,2,3,4}. Urutan himpunan tidak memiliki

arti apa-apa, jadi kita juga bisa menuliskan A sebagai

*A* = {4,2,3,1} atau *A* = {2,1,4,3}. Oleh sebab itu, beberapa

literatur juga menambahkan definisi himpunan sebagai kumpulan

objek tak berurut (*unordered collection*).

**Contoh 1.2 :**

Himpunan B yang berisi tiga bilangan ganjil positif pertama

adalah *B* = {1,3,5}.

Selain masalah urutan, yang perlu diperhatikan adalah penulisan anggota yang berulang. Misalnya, kalau kita ingin menyebutkan kumpulan buku di dalam perpustakaan yang mana buku berjudul *x*ada 2 buah, sedangkan buku berjudul *y*dan *z* masing-masing berjumlah 1 buah, maka himpunan {*x, x, y, z*} adalah penulisan yang kurang tepat. Kita bisa menuliskan himpunan tersebut menjadi {*x1, x2, y, z*}, dimana *x1*merupakan copy 1 dari buku *x*dan *x2*merupakan copy 2 dari buku *x*.

**Contoh 1.3**

*C* = {*a*, {*a*}, {{*a*}} }

*K* = { {} }

Perhatikan bahwa *C* adalah himpunan yang terdiri dari 3 elemen

yaitu *a*, {*a*}, dan {{*a*}}. Perhatikan juga bahwa *K*

hanya berisi satu elemen yaitu {}, yang merupakan himpunan

kosong, sering juga dilambangkan dengan ∅.

Untuk menuliskan himpunan yang tidak berhingga banyak anggotanya, kita dapat menggunakan tanda ‘…’ (*ellipsis*), seperti contoh 1.4 berikut.

**Contoh 1.4**

Himpunan bilangan bulat positif ditulis sebagai {1,2,3, ... }.

Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}.

Didalam suatu himpunan, suatu objek dapat menjadi anggota atau bukan anggota himpunan tersebut. Untuk menyatakan keanggotaan tersebut digunakan notasi berikut :

*y ∈ B*yang artinya y merupakan anggotan himpunan B*;*dan

*y ∉ B*yang artinya y bukan merupakan anggota himpunan B.

**Contoh 1.5**

Misalkan *R* = {a,b,c,d}, *S* = {1,2,3,4}, dan *T =* { {} }, maka :

b ∈ *R*

e ∉ *R*

3 ∈ *S*

6 ∉ *S*

{} ∈ *T*

**Contoh 1.6**

Bila *Q1 =* {a,b}, *Q2* = { {a,b} }, dan *Q3* = { {{a,b}} }, maka :

a ∈ *Q1*

a ∉ *Q2*

*Q1* ∈ *Q2*

*Q1* ∉ *Q3*

*Q2* ∈ *Q3*

**2. Simbol-simbol Baku**

Beberapa himpunan dapat disajikan atau dituliskan dengan simbol huruf-huruf baku dan tulis dengan cetak tebal.  Beberapa simbol tersebut yang biasa sering digunakan adalah :

**P**= himpunan bilangan bulat positif = {1, 2, 3, …}

**N =**himpunan bilangan asli = {1, 2, …}

**Z**= himpunan bilangan bulat = {…, -2, -1, 0, 1, 2, …}

**Q** = himpunan bilangan rasional

**R =**himpunan bilangan riil

**C =**himpunan bilangan kompleks

Terkadang kita berhubungan dengan himpunan-himpunan yang semuanya merupakan bagian dari sebuah himpunan universal yang disebut dengan **semesta**dan disimbolkan dengan *U.* Himpunan *U*harus didefinisikan secara eksplisit, sebagai contoh misalnya *U*= {1, 4, 5, 7, 10} dan *A*adalah himpunan bagian dari *U,*dengan *A*= {4, 7, 10}.

**3. Notasi Pembentuk Himpunan**

Dengan notasi pembentuk himpunan (*set builder*), himpunan dinyatakan dengan menulis syarat yang harus dipenuhi oleh anggotanya.

**Notasi : { *x* | syarat yang harus dipenuhi oleh *x* }**

Dimana :

a. Bagian di kiri tanda '|' melambangkan elemen himpunan.

b. Tanda '|' dibaca *dimana* atau *sedemikian sehingga.*

c*.* Sebelah kanan tanda '|' menunjukkan syarat keanggotaan

himpunan.

d*.* Setiap tanda ',' dibaca sebagai *dan*.

**Contoh 3.1**

1. *A* adalah himpunan bilangan positif yang lebih kecil dari

5, dinyatakan sebagai :

*A* = { *x* | *x* adalah himpunan bilangan bulat positif lebih

kecil dari 5}.

Atau dalam kondisi lebih ringkas :

*A* = { *x* | *x* ∈ **P**, *x* < 5 }

yang sama dengan *A* = {1, 2, 3, 4}.

2. *B* adalah himpunan bilangan genap positif yang lebih kecil

atau sama dengan 8, dinyatakan sebagai :

*B* = { *x* | *x* adalah himpunan bilangan genap positif lebih

kecil atau sama dengan 8}.

Atau dalam kondisi lebih ringkas :

*B* = { *x* | *x*/2 ∈ **P**, 2≤ *x* 8≤ }.

yang sama dengan *B* = {2, 4, 6, 8}.

3. *M* adalah himpunan mahasiswa yang mengambil jurusan Ekonomi,

dinyatakan sebagai :

*B* = {*x* | *x* adalah mahasiswa yang mengambil jurusan Ekonomi}.

**4. Diagram Venn**

Diperkenalkan pada tahun 1881 oleh matematikawan asal Inggris, John Venn, diagram Venn menyajikan himpunan secara grafis. Di dalam diagram Venn, himpunan semesta digambarkan di dalam sebuah segi empat, sedangkan objek-objek nya di gambarkan di dalam sebuah lingkaran.

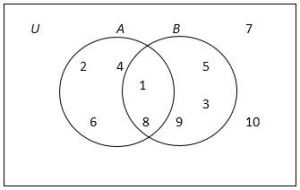
**Contoh 4.1**

Misalkan *U* = {1,2, ..., 9, 10}, *A* = {1, 2, 4, 6, 8},

*B* = {1, 3, 5, 8, 9}.

Ketiga himpunan tersebut digambarkan dalam diagram Venn

berikut :



Perhatikan bahwa *A* dan *B* memiliki anggota yang sama , yaitu

1 dan 8. Sedangkan himpunan *U* yang lain yaitu 7 dan 10 tidak

termasuk ke dalam himpunan *A* dan *B.*

**BAB IV**

**KUANTOR**

KUANTOR adalah pengukur kuantitas atau jumlah. Pernyataan berkuantor artinya pernyataan yang mengandung ukuran kuantitas atau jumlah. Biasaanya pernytaan berkuantor mengandung kata *semua, setiap, beberapa, ada,* dan sebagainya. Kata semua, setiap beberapa, ada, atau tiap-tiap merupakan kuantor karena kata-kata tersebut menyatakan ukuran jumlah. Kuantor dibagi menjadi dua bagian, yaitu

1. **Kuantor Universal**

Kuantor universal yang disebut kuantor umum.Kuantor universal menunjukkan bahwa setiap objek dalam semestanya mempunyai sifat kalimat yang menyatakannya. Kita dapat meletakkan kata-kata “Untuk semua/setiap x” di depan kalimat terbuka yang mengandung variabel x untuk menghasilkan kalimat yang mempunyai suatu nilai kebenaran. Nilai x ditentukan berdasarkan semesta pembicaraannya. Kuantor universal disimbolkan dengan “∀”.Ciri – Ciri Kuantor Universal :

· Sifat P dimiliki oleh setiap X dalam semesta pembicaraannya.

· ( ∀ x), P(x)

· Sesuatu bernilai benar untuk semua individualnya.

Kuantor universal mengindikasikan bahwa sesuatu bernilai benar untuk semua individual-individualnya. Perhatikan kalimat berikut ini :

“Semua gajah mempunyai belalai”

Maka jika predikat “mempunyai belalai” diganti dengan simbol B maka dapat ditulis :

G(x) ⇒ B(x), dapat dibaca “Jika x adalah gajah, maka x mempunyai belalai”. Tetapi kalimat di atas belum berupa kalimat berkuantor karena kalimat diatas belum memuat kata “semua”. Untuk itu perlu ditambahkan simbul kuantor universal sehingga menjadi(∀x)(G(x) ⇒ B(x)), jadi sekarang dapat dibaca ” Untuk semua x, jika x adalah gajah, maka x mempunyai belalai”.

Pernyataan-pernyataan yang berisi kata ”semua”, ”setiap”, atau kata lain yang sama artinya, mengindikasikan adanya pengkuantifikasian secara universal, maka dipakai kuantor universal. Dalam bahasa inggris, misalnya untuk orang ada kata ”every people”, ”all people”, ”anybody”, “each people”, dan lain-lainnya.

Misalnya jika diketahui pernyataan logika, ”Setiap mahasiswa harus belajar dari buku teks”, jika ingin ditulis dalam logika predikat, maka ditentukan misal B untuk “ harus belajar dari buku teks”, sehingga jika ditulis B(x), berarti “x harus belajar dari buku teks”. Kata “Setiap mahasiswa” mengindikasikan bernilai benar untuk setiap x, maka penulisan yang lengkap adalah:

(∀x) Bx, dibaca “Untuk setiap x, x harus belajar dari buku teks”.

Akan tetapi notasi diatas belum sempurna karena x belum menunjuk mahasiswa, maka harus lebih ditegaskan dan sebaiknya ditulis :

(∀x)(M(x) ⇒ B(x)), dibaca “Untuk setiap x, jika x mahasiswa, maka x harus belajar dari buku teks”.

Langkah untuk melakukan pengkuantoran universal:

Perhatikan pernyataan berikut ini :

“Semua mahasiswa harus rajin belajar”

Untuk melakukan pengkuantoran universal pada pernyataan tersebut maka dilakukan langkah-langkah seperti berikut :

Carilah lingkup (scope) dari kuantor universalnya, yaitu “Jika x adalah mahasiswa, maka x harus rajin belajar”. Selanjutnya akan ditulis: mahasiswa(x) ⇒ harus rajin belajar(x)

Berilah kuantor universal di depannya (∀x)(mahasiswa(x) ⇒ harus rajin belajar(x))

Ubahlah menjadi suatu fungsi (Ax)(M(x) ⇒ B(x))

Contoh

”Semua tanaman hijau membutuhkan air untuk tumbuh ”.

Jika x adalah tanaman hijau, maka x membutuhkan air untuk tumbuh Tanaman hijau(x) ⇒ membutuhkan air untuk tumbuh(x)

(∀x) (Tanaman hijau(x) ⇒ membutuhkan air untuk tumbuh(x))

(∀x)(T(x) ⇒A(x))

”Semua artis adalah cantik”.

Jika x adalah artis, maka x cantik, Artis(x) ⇒ cantik(x).

(∀x)( Artis(x) ⇒ cantik(x))

(∀x)(A(x) ⇒ C(x))

Jika diketahui persamaan x+3>10, dengan x adalah himpunan bilangan bulat positif A >5 .Tentukan nilai kebenaran (∀x∈A) x+3>10.Untuk menentukan nilai kebenarannya, maka harus dicek satu persatu.

A={1,2,3,4}. Jika kuantor universal, maka untuk semua nilai A yang dimasukkan harus memenuhi persamaan yaitu x+3>10

Untuk A=1, maka 1+3>10 ≡ 4>10 Memenuhi

A=2, maka 2+3>10 ≡ 5>10 Memenuhi

A=3, maka 3+3>10 ≡ 6>10 Memenuhi

A=4, maka 4+3>10 ≡ 7>10 Memenuhi

Karena semua himpunan A memenuhi, maka (∀x) x+3>10 bernilai benar. Tapi jika ada satu saja nilai A yang tidak memenuhi, misalnya dimasukkan A=8, sehingga 8+3>10 ≡ 11>10, dimana hasilnya salah maka (∀x) x+3>10 bernilai salah. Nilai x yang menyebabkan suatu kuantor bernilai salah disebut dengan contoh penyangkal atau counter example.

1. **Kuantor Eksistesial**

Eksistensial merupakan kata sifat dari eksis, yaitu keberadaan. Kuantor eksistensial artinya penukur jumlah yang menunjukkan keberadaan. Dalam matematika “ada” artinya tidak kosong atau setidaknya satu.

Simbol  dibaca “ada” atau “untuk beberapa” atau “untuk paling sedikit satu” disebut kuantor khusus. Jika p(x) adalah fungsi pernyataan pada x$himpunana tertentu A (himpunana A adalah semesta pembicaraan) maka ( Î A) p(x) atau x! p(x) atau$ x p(x) adalah suatu pernyataan yang$ dibaca “Ada x elemen A, sedemikian hingga p(x) merupakan pernyataan” atau “Untuk beberapa x, p(x)”. ada yang menggunakan simbol ! Untuk$ menyatakan “Ada hanya satu”.

Contoh

“Beberapa orang rajin beribadah”.

Jika ditulis dengan menggunakan logika predikat, maka:

”Ada x yang adalah orang, dan x rajin beribadah”.

(∃x)(Orang(x) ∧ rajin beribadah(x))

(∃x)(O(x) ∧ I(x))

“Ada binatang yang tidak mempunyai kaki”.

“Terdapat x yang adalah binatang, dan x tidak mempunyai kaki”.

(∃x)(binatang(x) ∧ tidak mempunyai kaki(x))

(∃x)(B(x) ∧￢K(x))

Misalkan B adalah himpunan bilangan bulat. Tentukan nilai kebenaran (∃x ∈ B)(x2=x).

(∃x ∈ B)(x2=x) dapat dibaca “Terdapat x yang adalah bilangan bulat dan x memenuhi x^2=x”. (∃x ∈ B)(x^2=x) akan bernilai benar jika dapat ditunjukkan paling sedikit ada satu bilangan bulat yang memenuhi x^2=x.

Misal x= -1, maka 〖-1〗^21 Tidak memenuhi

x= 1, maka 〖(1)〗^2=1 Memenuhi

Karena ada satu nilai yang memenuhi, yaitu x=1, maka pernyataan di atas bernilai benar.

1. **Nilai kebenaran pernyataan berkuantor**

Pernyataan berkuantor universal bernilai benar jika pernyataan tersebut benar untuk semua semesta yang dibicarakan dan bernilai salah apabila terdapat sekurang-kurangnya satu anggota semesta yang menyebabkan pernyataan salah.

Pernyataan berkuantor universal “ setiap bilanga asli lebih besar daripada nol” bernilai benar, karena pernyataan tersebut bernilai benar untuk setiap anggota bilangan asli. Dalam hal ini bilangan asli merupakan himpunan semesta pembicaraan. Sementara ini pernyataan “setiap benda langit berbentuk bola” pernyataan salah, karena walaupun kebanyakan benda langit bulat ada pula benda langit yang tidak bulat, misalnya asteroid.

Pernyataan berkuantor eksistensial bernilai benar jika sekurang-kurangnya satu anggota semesta menyebabkan pernyataan bernilai benar, dan bernilai salah jika tak ada satu pun dari anggota semesta menyebabkan pernyataan menjadi benar. Pernyataan “ *Beberapa* presiden pad tahun 2003 adalah wanita” bernilai benar karena dari seluruh anggota himpunan presiden pada tahun 2003 memang ada presiden wanita, Presiden Megawati misalnya. Pernyataan “ *Terdapat* bilangan asli *a* yang jika dikalikan dengan 5 hasilnya 6,24” bernilai salah, karena dari seluruh anggota himpunan bilangan asli, tak ada satupun *a* yang memenuhi *a* *x* 5 = 6,24.

Kita ingat bahwa kalimat terbuka didefinisikan pada suatu himpunan semesta, tapi bukan merupakan pernyataan. Kalimat terbuka menjadi pernyataan jika variabelnya diganti oleh suatu anggota dari semesta. Misalkan merupakan kalimat terbuka yang didefinisikan pada himpunan bilangan asli. Jika kita ganti *x* dengan bilangan 2 maka merupakan pernyataan. Cara untuk menjadikan suatu kalimat terbuka menjadi pernyataan adalah dengan menambahkan kuantor pada kalimat terbuka itu. Misalkan:

adalah kalimat terbuka, tetapi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *p* | : | *Untuk setiap* merupakan pernyataan karena kita ketahui nilai kebenarannya, , dan |
| *q* | : | *Terdapat* juga merupakan pernyataan karena dapat dinilai kebenarannya, |

Dalam matematika, kata-kata yang sering muncul biasanya diberi symbol tertentu. Berikut beberapa symbol untuk kuantor:

**∀ = Untuk setiap**

**∃ = Terdapat**

**∋ = Sehingga**

Kalimat ““ dibaca “untuk setiap x elemen bilangan real, *x* > 0”

Kalimat “ “ dibaca “terdapat *x* ∈ ***R*** sehingga *x* > 2”

**Contoh:**

Tentukan nilai kebenaran pernyataan-pernyataan berkuantor di bawah ini.

1. : Semua ikan berkembang biak dengan bertelur.
2. : Ada binatang yang memiliki alat kelamin ganda.
3. : .
4. : .

**Jawab:**

1. , karena ada jenis ikan hiu yang berkembang biak dengan beranak.
2. , contohnya cacing.
3. , ada yang tak memenuhi, yaitu = 0.
4. , karena tak ada bilangan asli yang memenuhi .

**BAB V**

**ALJABAR BOOLEAN**

1. **Pengertian Aljabar Bolean**

Aljabar boole pertama kali dikemukakan oleh seseorang matematikawan inggris, geogre boole pada tahun 1854. Aljabar boolean adalah cabang ilmu matematika yang diperlukan untuk mempelajari desain logika dari suatu sistem digital yang merupakan operasi aritmatik pada bilangan boolean (bilangan yang hanya mengenal 2 keadaan yaitu False/True, Yes/No, 1/0) atau bisa disebut bilangan biner. Pada tahun 1938 clamde shanmon memperlihatkan penggunaan aljabar boole untuk merancang rangkaian sirkuit yang menerima masukan 0 dan 1 dan menghasilkan keluaran juga 0 dan 1 aljabar boole telah menjadi dasar teknologi komputer digital.

## Definisi :

Aljabar boole merupakanaljabaryng terdiri atas suatu hmpunan B dengan dua operator biner yang didefinisikan pada himpunan tersebut, yaitu \* (infimum) dan + (supremum).

Atau

Aljabar boole adalah suatu letisdistribusi berkomplimen.

Notasi aljabarboole adalah (B, + , 1 , 0 , 1 ). Dalam aljabar boole terdapat :

1. Letis (B, \* , + ) dengan dua operasi biner infimum (\*) dan supremum (+)
2. Poset (B, ≤) yaitu himpunan terurut bagian.
3. Batas-batas letis yang dinotasikan dengan 0 dan 1. 0adalah elemen terkecil

dan 1 adalah elemen terbesr dari relasi (B, ≤).

Karena (B, \* , +) merupakan letis distribusi berkomplemen maka tiap elemen dari B merupakan komplemen yang unik. Komplemen dan ( a ∈ *B )*

Untuk setiap *a*, *b*, *c* ∈ *B* berlaku sifat-sifat atau postulat-postulat berikut:

1. *Closure (tertutup)* : (i) *a* + *b* ∈ *B*

(ii) *a* \* *b* ∈ *B*

2. Identitas : (i) ada elemen untuk 0 ∈ *B* sebgai bentuk

*a* + 0 = 0 + *a = a*

(ii) ada elemen untuk 1 ∈ *B* sebgai bentuk

*a* \* 1 = 1 \* *a = a*

3. Komutatif : (i) *a* + *b* = *b* + *a*

(ii) *a* \* *b* = *b* . *a*

4. Distributif : (i) *a* \* (*b* + *c*) = (*a* \* *b*) + (*a* \* *c*)

(ii) *a* + (*b* \* *c*) = (*a* + *b*) \* (*a* + *c*)

(iii) (*a \* b) + c = (a + c) \* (b + c)*

5. Komplemen[[1]](#footnote-1) : untuk setiap a ∈ *B* sebagai berikut :

(i) *a* + *a*1 = 1

(ii) *a* \* *a*1 = 0

6. Terdapat paling sedikit dua buah elemen a dan ∈ *B* sedemikian hingga a ≠ b.

7. Idempoteni : *a \* a = a ; + a = a*

8. Assosiatif : *a + (b + c) = (a + b) +c ; a \* (b \*c) = (a \* b) \* c*

Kecuali postulat nomor 7 dan 8, postulat pertama diformulasikan secara formal oleh E.V Humtingtonn pada tahun 1904 sebagai keenan aksioma/ postulat tersebut. Adapun postulat assosiatif dan idempoten dapat diturunkan dari postulat yang lain.

**B. Aljabar Boole Dua Nilai**

Aljabar Boolean dua-nilai didefinisikan pada sebuah himpunan dua buah elemen, *B* = {0, 1}. Akan diselidiki apakah (B, + , 1 , 0 , 1 ) aljabar boole atau bukan.

operator biner, + dan ⋅

operator uner, ’

Kaidah untuk operator biner dan operator uner:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* | *b* | *a* \* *b* |  | *a* | *B* | *a* + *b* |  | *a* | *a1* |
| 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |  | 0 | 1 | 1 |  | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |  | 1 | 0 | 1 |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  |  |

Cek apakah memenuhi postulat Huntington:

1. *Closure* : jelas berlaku
2. Identitas: jelas berlaku karena dari tabel dapat kita lihat bahwa:

(i) 0 + 1 = 1 + 0 = 1

(ii) 1 \* 0 = 0 \* 1 = 0

Yang memenuhi elemen identitas 0 dan 1 seperti yang didefinisikan pada postulat huntington.

1. Komutatif: jelas berlaku dengan melihat simetri tabel operator biner.
2. Distributif: (i) *a* ⋅ (*b* + *c*) = (*a* ⋅ *b*) + (*a* ⋅ *c*) dapat ditunjukkan benar dari tabel operator biner di atas dengan membentuk tabel kebenaran:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* | *b* | *c* | *b* + *c* | *a* ⋅ (*b* + *c*) | *a* ⋅ *b* | *a* ⋅ *c* | (*a* ⋅ *b*) + (*a* ⋅ *c*) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(ii) Hukum distributif *a* + (*b* ⋅ *c*) = (*a* + *b*) ⋅ (*a* + *c*) dapat ditunjukkan benar dengan membuat tabel kebenaran dengan cara yang sama seperti (i).

1. Komplemen: jelas berlaku karena Tabel di atas memperlihatkan bahwa:

(i) *a* + *a*1 = 1, karena 0 + 01= 0 + 1 = 1 dan 1 + 11= 1 + 0 = 1

(ii) *a* \* *a* = 0, karena 0 \* 01= 0 ⋅ 1 = 0 dan 1 \* 11 = 1 \* 0 = 0

Karena kelima postulat Huntington dipenuhi, maka terbukti bahwa *B* = {0, 1} bersama-sama dengan operator biner + dan \* operator komplemen1 merupakan aljabar Boolean.

Contoh :

Buktikan sifat aljbar boole : a + (a1 \* b) = a + b

Bukti :

a + ( a1 \* b) = ( a + a1 ) \* (a + b)

= 1 \* ( a + b )

= a + b

**C. Prinsip Dualitas**

Definisi : Misalkan *S* adalah kesamaan (*identity*) di dalam aljabar Boolean yang melibatkan operasi ( \*, +, dan komplemen1) , maka jika pernyataan *S*\* diperoleh dengan cara mengganti

\* dengan +

+ dengan \*

0 dengan 1

1 dengan 0

maka kesamaan *S*\* juga benar. *S*\* disebut sebagai *dual* dari *S*.

**Contoh.**

1. Tentukan dual dari *a +(b \*c) = (a + b)\*(a + c)*

Jawab :

*a \*(b + c) = (a \* b)+(a \* c)*

1. *a \* 1 = 0*

Jawab :

*a + 0 = 1*

1. **Sifat-sifat atau Hukum-hukum Aljabar Boolean**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Hukum identitas:  (i) *a* + 0 = *a*  (ii) *a* \* 1 = *a* | 2. Hukum idempoten:  (i) *a* + *a* = *a*  (ii) *a* \* *a* = *a* |
| 3. Hukum komplemen:  (i) *a* + *a*1 = 1  (ii) *aa*1 = 0 | 4. Hukum dominansi:  (i) *a* \* 0 = 0  (ii) *a* + 1 = 1 |
| 5. Hukum involusi:  (i) (*a*1)1= *a* | 6. Hukum penyerapan:  (i) *a* + *ab* = *a*  (ii) *a*(*a* + *b*) = *a* |
| 7. Hukum komutatif:  (i) *a* + *b* = *b* + *a*  (ii) *ab* = *ba* | 8. Hukum asosiatif:  (i) *a* + (*b* + *c*) = (*a* + *b*) + *c*  (ii) *a* (*b* *c*) = (*a* *b*) *c* |
| 9. Hukum distributif:  (i) *a* + (*b* *c*) = (*a* + *b*) (*a* + *c*)  (ii) *a* (*b* + *c*) = *a* *b* + *a* *c* | 10. Hukum De Morgan:  (i) (*a* + *b*)1 = *a1 b*1  (ii) (*ab*)1 = *a*1 + *b*1 |
| 1. Hukum 0/1   (i) 01 = 1  (ii) 11 = 0 |  |

**Contoh.** Buktikan (i) *a* + *ab* = *a* dan (ii) *a*(*a* + *b*) = *a*

Penyelesaian:

(i) *a* + *ab* = *a \* 1 + a\*b* (hukum identitas)

= *a* ( 1 + b) (distributif)

= *a* \* 1 (dominasi)

= *a* (Identitas)

(ii) *a*(*a* + *b*) = ( *a + 0) (a +b)* (hukum identitas)

*= a + (0\*b)* (distributif)

*= a+ 0* (dominasi)

*= a* (Identitas)

Contoh :

Buktikan bahwa untuk sembarang elemen a dan b dari aljabar Boolean maka kesamaan berikut :

*a + a1b=a+b dan a(a1+b)=ab* adalah benar.

Jawab:

1. a + a1b = (a + ab) + a1b (hukum penyerapan)

= a + (ab + a1b) (asosiatif)

= a + (a + a1) b (distributif)

= a + 1 . b (komplemen)

= a + b (identitas)

1. a(a1 + b) = a a1 + ab (hukum distributif)

= 0 + ab (komplemen)

= ab (identitas)

Atau, dapat juga dibuktikan melalui dualitas dari (i) sebagai berikut:

a(a1 + b) = a(a + b)(a1 + b)

= a{(a + b)(a1 + b)}

= a {(a a1) + b}

= a (0 + b)

= ab

* 1. **Fungsi Boolean**

**Fungsi Boolean** (disebut juga fungsi biner) adalah pemetaan dari *Bn* ke *B* melalui ekspresi Boolean, kita menuliskannya sebagai

*f* : *Bn*→ *B*

*Bn* adalah himpunan yang beranggotakan pasangan terurut ganda-*n* (*ordered n-tuple*) di dalam daerah asal *B*.

Setiap ekspresi Boolean merupakan fungsi Boolean.

Misalkan sebuah fungsi Boolean adalah

*f*(*x*, *y*, *z*) = *xyz* + *x*’*y* + *y*’*z*

Fungsi *f* memetakan nilai-nilai pasangan terurut ganda-3

(*x*, *y*, *z*) ke himpunan {0, 1}.

Penyelesaian : (1, 0, 1) yang berarti *x* = 1, *y* = 0, dan *z* = 1

sehingga f(1, 0, 1) = 1 ⋅ 0 ⋅ 1 + 1’ ⋅ 0 + 0’⋅ 1 = 0 + 0 + 1 = 1 .

**Contoh.** Contoh-contoh fungsi Boolean yang lain:

1. *f*(*x*) = *x*
2. *f*(*x*, *y*) = *x*’*y* + *xy*’+ *y*’
3. *f*(*x*, *y*) = *x*’ *y*’
4. *f*(*x*, *y*) = (*x* + *y*)’
5. *f*(*x*, *y*, *z*) = *xyz*’

* Setiap peubah di dalam fungsi Boolean, termasuk dalam bentuk komplemennya, disebut **literal**.

Contoh: Fungsi *h*(*x*, *y*, *z*) = *xyz*’ pada contoh di atas terdiri dari 3 buah literal, yaitu *x*, y, dan *z*’.

**Contoh.** Diketahui fungsi Booelan *f*(*x*, *y*, *z*) = *xy z*’, nyatakan *h* dalam tabel kebenaran.

Penyelesaian:

### 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | *y* | *z* | *f*(*x*, *y*, *z*) = *xy z*’ |
| 0  0  0  0  1  1  1  1 | 0  0  1  1  0  0  1  1 | 0  1  0  1  0  1  0  1 | 0  0  0  0  0  0  1  0 |

* 1. Fungsi Komplemen

1. Cara pertama: menggunakan hukum De Morgan

Hukum De Morgan untuk dua buah peubah, *x*1 dan *x*2, adalah

**Contoh.** Misalkan *f*(*x*, *y*, *z*) = *x*(*y*’*z*’ + *yz*), maka

*f* ’(*x*, *y*, *z*) = (*x*(*y*’*z*’ + *yz*))’

= *x*’ + (*y*’*z*’ + *yz*)’

= *x*’ + (*y*’*z*’)’ (*yz*)’

= *x*’ + (*y* + *z*) (*y*’ + *z*’)

1. Cara kedua: menggunakan prinsip dualitas.

Tentukan dual dari ekspresi Boolean yang merepresentasikan *f*, lalu komplemenkan setiap literal di dalam dual tersebut.

**Contoh.** Misalkan *f*(*x*, *y*, *z*) = *x*(*y*’*z*’ + *yz*), maka

dual dari *f*: *x* + (*y*’ + *z*’) (*y* + *z*)

komplemenkan tiap literalnya: *x*’ + (*y* + *z*) (*y*’ + *z*’) = *f* ’

Jadi, *f* ‘(*x*, *y*, *z*) = *x*’ + (*y* + *z*)(*y*’ + *z*’)

Bentuk Kanonik

* Jadi, ada dua macam bentuk kanonik:

1. Penjumlahan dari hasil kali (*sum-of-product* atau SOP)
2. Perkalian dari hasil jumlah (*product-of-sum* atau POS)

Contoh: 1. *f*(*x*, *y*, *z*) = *x*’*y*’*z* + *xy*’*z*’ + *xyz* 🡪 SOP

Setiap suku (*term*) disebut *minterm*

2. *g*(*x*, *y*, *z*) = (*x* + *y* + *z*)(*x* + *y*’ + *z*)(*x* + *y*’ + *z*’)

(*x*’ + *y* + *z*’)(*x*’ + *y*’ + *z*) 🡪 POS

Setiap suku (*term*) disebut *maxterm*

* Setiap *minterm*/*maxterm* mengandung literal lengkap

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | *Minterm* | | *Maxterm* | |
| *x* | *y* | | Suku | Lambang | Suku | Lambang |
| 0  0  1  1 | | 0  1  0  1 | *x*’*y*’  *x*’*y*  *xy*’  *x y* | *m*0  *m*1  *m*2  *m*3 | *x* + *y*  *x* + *y*’  *x*’ + *y*  *x*’ + *y*’ | *M*0  *M*1  *M*2  *M*3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | *Minterm* | | *Maxterm* | |
| *x* | *y* | *z* | Suku | Lambang | Suku | Lambang |
| 0  0  0  0  1  1  1  1 | 0  0  1  1  0  0  1  1 | 0  1  0  1  0  1  0  1 | *x*’*y*’*z*’  *x*’*y*’*z*  *x*‘*y* *z*’  *x*’*y* *z*  *x* *y*’*z*’  *x y*’*z*  *x* *y* *z*’  *x y z* | *m*0  *m*1  *m*2  *m*3  *m*4  *m*5  *m*6  *m*7 | *x* + *y* + *z*  *x* + *y* + *z*’  *x* + *y*’+*z*  *x* + *y*’+*z*’  *x*’+ *y* + *z*  *x*’+ *y* + *z*’  *x*’+ *y*’+ *z*  *x*’+ *y*’+ *z*’ | *M*0  *M*1  *M*2  *M*3  *M*4  *M*5  *M*6  *M*7 |

**Contoh .** Nyatakan tabel kebenaran di bawah ini dalam bentuk kanonik SOP

dan POS.

**Tabel**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | *y* | *z* | *f*(*x*, *y*, *z*) |
| 0  0  0  0  1  1  1  1 | 0  0  1  1  0  0  1  1 | 0  1  0  1  0  1  0  1 | 0  1  0  0  1  0  0  1 |

Penyelesaian:

1. SOP

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 1 adalah 001, 100, dan 111, maka fungsi Booleannya dalam bentuk kanonik SOP adalah

*f*(*x*, *y*, *z*) = *x*’*y*’*z* + *xy*’*z*’ + *xyz*

atau (dengan menggunakan lambang *minterm*),

*f*(*x*, *y*, *z*) = *m*1 + *m*4 + *m*7 = ∑ (1, 4, 7)

(b) POS

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 0 adalah 000, 010, 011, 101, dan 110, maka fungsi Booleannya dalam bentuk kanonik POS adalah

*f*(*x*, *y*, *z*) = (*x* + *y* + *z*)(*x* + *y*’+ *z*)(*x* + *y*’+ *z*’)

(*x*’+ *y* + *z*’)(*x*’+ *y*’+ *z*)

atau dalam bentuk lain,

*f*(*x*, *y*, *z*) = *M*0 *M*2 *M*3 *M*5 *M*6 = ∏(0, 2, 3, 5, 6)

**Contoh** Nyatakan fungsi Boolean *f*(*x*, *y*, *z*) = *x* + *y*’*z* dalam bentuk kanonik SOP dan POS.

Penyelesaian:

(a) SOP

*x* = *x*(*y* + *y*’)

= *xy* + *xy*’

= *xy* (*z* + *z*’) + *xy*’(*z* + *z*’)

= *xyz* + *xyz*’ + *xy*’*z* + *xy*’*z*’

*y*’*z* = *y*’*z* (*x* + *x*’)

= xy’z + x’y’z

Jadi *f*(*x*, *y*, *z*) = *x* + *y*’*z*

= *xyz* + *xyz*’ + *xy*’*z* + *xy*’*z*’ + *xy*’*z* + *x*’*y*’*z*

= *x*’*y*’*z* + *xy*’*z*’ + *xy*’*z* + *xyz*’ + *xyz*

atau *f*(*x*, *y*, *z*) = *m*1 + *m*4 + *m*5 + *m*6 + *m*7 = Σ (1,4,5,6,7)

(b) POS

*f*(*x*, *y*, *z*) = *x* + *y*’*z*

= (*x* + *y*’)(*x* + *z*)

*x* + *y*’ = *x* + *y*’ + *zz*’

= (*x* + *y*’ + *z*)(*x* + *y*’ + *z*’)

*x* + *z* = *x* + *z* + *yy*’

= (*x* + *y* + *z*)(*x* + *y*’ + *z*)

Jadi, *f*(*x*, *y*, *z*) = (*x* + *y*’ + *z*)(*x* + *y*’ + *z*’)(*x* + *y* + *z*)(*x* + *y*’ + *z*)

= (*x* + *y* + *z*)(*x* + *y*’ + *z*)(*x* + *y*’ + *z*’)

atau *f*(*x*, *y*, *z*) = *M*0*M*2*M*3 = ∏(0, 2, 3)

1. **Aplikasi Aljabar Boolean**
2. Jaringan Pensaklaran (*Switching Network*)

Saklar adalah objek yang mempunyai dua buah keadaan: buka dan tutup.

Tiga bentuk gerbang paling sederhana:

1. *a* *x* *b*

*Output* *b* hanya ada jika dan hanya jika *x* dibuka ⇒ *x*

2. *a* *x* *y* *b*

*Output* *b* hanya ada jika dan hanya jika *x* dan *y* dibuka ⇒ *xy*

3. *a* *x*

*c*

*b* *y*

*Output* *c* hanya ada jika dan hanya jika *x* atau *y* dibuka ⇒ *x* + *y*

Contoh rangkaian pensaklaran pada rangkaian listrik:

1. Saklardalam hubungan SERI: logika AND

Lampu

*A B*

∞

Sumber tegangan

2. Saklardalam hubungan PARALEL: logika OR

*A*

Lampu

*B*

∞

Sumber Tegangan

**Contoh.** Nyatakan rangkaian pensaklaran pada gambar di bawah ini dalam ekspresi Boolean.

*x*’ *y*

*x*’

*x*

*x* *y*

*x* *y*’ *z*

*z*

Jawab: *x*’*y* + (*x*’ + *xy*)*z* + *x*(*y* + *y*’*z* + *z*)

**BAB VI**

**TEORI BILANGAN**

**A. Sejarah Teori Bilangan**

Teori adalah serangkaian bagian atau variabel, definisi, dan dalil yang saling berhubungan yang menghadirkan sebuah pandangan sistematis mengenai fenomena dengan menentukan hubungan antar variabel, dengan menentukan hubungan antar variabel, dengan maksud menjelaskan fenomena alamiah. Labovitz dan Hagedorn mendefinisikan teori sebagai ide pemikiran “pemikiran teoritis” yang mereka definisikan sebagai “menentukan” bagaimana dan mengapa variable-variabel dan pernyataan hubungan dapat saling berhubungan.

Kata teori memiliki arti yang berbeda-beda pada bidang-bidang pengetahuan yang berbeda pula tergantung pada metodologi dan konteks diskusi. Secara umum, teori merupakan analisis hubungan antara fakta yang satu dengan fakta yang lain pada sekumpulan fakta-fakta .Selain itu, berbeda dengan teorema, pernyataan teori umumnya hanya diterima secara “sementara” dan bukan merupakan pernyataan akhir yang konklusif.Hal ini mengindikasikan bahwa teori berasal dari penarikan kesimpulan yang memiliki potensi kesalahan, berbeda dengan penarikan kesimpulan pada pembuktian matematika.

**B. Pengertian teori bilangan**

Secara tradisional, teori bilangan adalah cabang dari matematika murni yang mempelajari sifat-sifat bilangan bulat dan mengandung berbagai masalah terbuka yang dapat mudah mengerti sekalipun bukan oleh ahli matematika.Dalam teori bilangan dasar, bilangan bulat dipelajari tanpa menggunakan teknik dari area matematika lainnya. Pertanyaan tentang sifat dapat dibagi, algoritma Euklidean untuk menghitung faktor persekutuan terbesar, faktorisasi bilangan bulat dalam bilangan prima, penelitian tentang bilangan sempurna dan kongruensi dipelajari di sini.Pernyataan dasarnya adalah teorema kecil Fermat dan teorema Euler. Juga teorema sisa Tiongkok dan hukum keresiprokalan kuadrat. Sifat dari fungsi multiplikatif seperti fungsi Möbius dan fungsi phi Euler juga dipelajari. Demikian pula barisan bilangan bulat seperti faktorial dan bilangan Fibonacci.Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Simbol ataupun lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Dalam matematika, konsep bilangan selama bertahun-tahun lamanya telah diperluas untuk meliputi bilangan nol, bilangan negatif, bilangan rasional, bilangan irasional, dan bilangan kompleks.

* + 1. **Macam Macam Bilangan**

Bilangan Bulat adalah bilangan yang terdiri atas bilangan positif, bilangan nol, dan bilangan negatif.

Misal : ….-2,-1,0,1,2….

Bilangan asli adalah bilangan bulat positif yang diawali dari angka 1(satu) sampai tak terhingga.

Misal : 1,2,3….

Bilangan cacah adalah bilangan bulat positif yang diawali dari angka 0 (nol) sampai tak terhingga.

Misal : 0,1,2,3,….

Bilangan prima adalah bilangan yang tepat mempunyai dua faktor yaitu bilangan 1 (satu) dan bilangan itu sendiri.

Misal : 2,3,5,7,11,13,…..

(1 bukan bilangan prima, karena mempunyai satu faktor saja).

Bilangan komposit adalah bilangan yang bukan 0, bukan 1 dan bukan bilangan prima.

Misal ; 4,6,8,9,10,12,….

Bilangan rasional adalah bilangan yang dinyatakan sebagai suatu pembagian antara dua bilangan bulat (berbentuk bilangan a/b, dimana a dan b merupakan bilangan bulat).

Misal: 1/2 ,2/(3 ),3/4….

Bilangan irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai pembagian dua bilangan bulat.

Misal: π, √3 , log 7 dan sebagainya.

Bilangan riil adalah bilangan yang merupakan penggabungan dari bilangan rasional dan bilangan irrasional

Misal: 1/2 √(2 ),1/3 √5,1/4 π,2/3 log⁡2 dan sebagainya.

Bilangan imajiner (bilangan khayal) adalah bilangan yang ditandai dengan i, bilangan imajiner i dinyatakan sebagai √(-1). Jadi, jika i = √(-1) maka i2= -1

Misal: √(-4)=⋯?

√(-4)=√(4×(-1) )

= √4×√(-1)

= 2 × i

= 2i

Jadi, √(-4)=2i.

Bilangan kompleks adalah bilangan yang merupakan penggabungan dari bilangan riil dan bilangan imajiner.

Misal; π√(-1)= πi

Log √(-1)=log⁡i

**BAB VI**

**PENUTUP**

**A. Kesimpulan**

Manfaat mempelajari MATEMATIKA DISKRIT adalah membantu setiap orang yang mempelajari logika untuk berpikir secara rasional, kritis, lurus, tetap, tertib, metodis dan koheren, meningkatkan kemampuan berpikir secara abstrak, cermat, dan objektif, menambah kecerdasan dan meningkatkan kemampuan berpikir secara tajam dan mandiri, memaksa dan mendorong orang untuk berpikir sendiri dengan menggunakan asas-asas sistematis, meningkatkan cinta akan kebenaran dan menghindari kesalahan-kesalahan berpikir, kekeliruan serta kesesatan, mampu melakukan analisis terhadap suatu kejadian.

**B. Saran**

Tanpa kita sadari ternyata begitu banyak manfaat dari aplikasi matematika untuk kehidupan sehari-hari.Baik dalam bidang ekonomi, pendidikan, dan dalam berbagai disiplin ilmu yang lainya.Oleh karena itu penulis menyarankan agar kita lebih seius dalam mempelajari matematika dan jangan dijadikan matematika sebagai sesuatu yang menyeramkan untuk dipelajari karena matematika adalah bagian sangat dekat yang tak terpisahkan dari kehidupan kita.

**DAFTAR PUSTAKA**

kusniati. (2015, 12 21). matematika diskrit. Retrieved from kusniarti harni: [www.kusniaartiharni.com](http://www.kusniaartiharni.com)

Jong, Jek Siang. 2004. Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu

Komputer. Yogyakarta: Penerbit Andi.

Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit*. Revisi Kelima. Penerbit Informatika

Kusumah, Yaya. 1986. Logika Matematika Elementer. TARSITO : Bandung

Tampomas, Husein. 2007. Matematika Jilid 1 untuk SMA/MA Kelas X. Erlangga :

1. [↑](#footnote-ref-1)